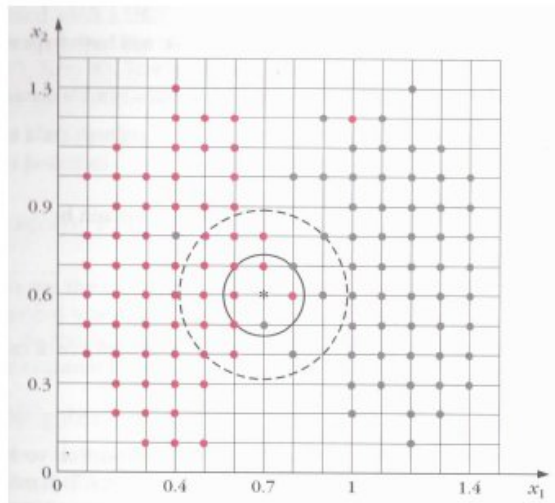


# Problem set 4

## Clasificadores lineales Aprendizaje Automático

### 1. P1

Los puntos de la siguiente figura pertenecen a dos clases equiprobables. Los puntos negros pertenecen a la clase  $C_1$  y los rojos a la clase  $C_2$ . Asumimos que los puntos se localizan en los nodos de una rejilla. El punto anotado como \*, en las coordenadas  $[0,7 \ 0,6]'$ , tiene que ser clasificado en una de las dos clases.



Adopte el criterio de Bayes (la probabilidad mínima de error) y la estimación de densidad de probabilidad con los  $k$ -vecinos más próximos ( $k=5$ ) para realizar la clasificación. Existen  $N_1 = 59$  vectores de la clase  $C_1$  y  $N_2 = 61$  vectores de la clase  $C_2$ .

Recuerde que:

$$p(x|C_k) = \frac{K_k}{N_k V(x)}$$

### 2. P2

Genere 4 conjuntos de datos con vectores bidimensionales de dos clases. En estos conjuntos, la clase  $C_1(-1)$  contiene 100 vectores uniformemente distribuidos en el cuadro  $[0 \ 2] \times [0 \ 2]$ . La clase  $C_2(+1)$  contiene otros 100 vectores uniformemente distribuidos en los cuadros:

1.  $[3 \ 5] \times [3 \ 5]$
2.  $[2 \ 4] \times [2 \ 4]$
3.  $[0 \ 2] \times [2 \ 4]$
4.  $[1 \ 3] \times [1 \ 3]$

(a) Grafique los 4 conjuntos de datos. Note que en el cuarto conjunto las clases se traslapan.

- (b) Ejecute el algoritmo batch del perceptrón para cada conjunto con el parámetro i)  $\rho = 0,01$  y ii)  $\rho = 0,05$ . El vector  $w$  inicial es  $[1 \ 1 \ 0,5]'$ .
- (c) Ejecute el algoritmo on-line del perceptrón.
- (d) Comente sus resultados.

### 3. P3

Describa la prueba de convergencia del perceptrón (en modo batch o en modo «recompensa y castigo») para clases linealmente separables.

### 4. P4

En un espacio bidimensional, tenemos dos clases equiprobables que tienen una distribución gaussiana con medias  $\mu_1 = [0 \ 0]'$  y  $\mu_2 = [1,2 \ 1,2]'$  y matrices de covarianza  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = 0,2I$ .

- Genere un conjunto de datos  $X_1$  con 200 puntos de cada clase para ser usados como entrenamiento (`rand('seed',50)`).
- Genere un conjunto de datos  $X_2$  con 200 puntos de cada clase para ser usados como datos de test (`rand('seed',100)`).

#### 4.1. Usando el algoritmo SMO de Platt genere 6 clasificadores SVM lineales para separar las dos clases usando: $C=0.1, 0.2, 0.5, 1, 2, 20$ .

- (a) Calcule el error de clasificación en el conjunto de prueba y de entrenamiento.
- (b) Identifique y cuente los vectores de soporte (los que tienen  $\xi_i \neq 0$  y  $\lambda_i \neq 0$ ).
- (c) Calcule la margen ( $2/\|w\|$ ).
- (d) Grafique el clasificador y las líneas de la margen.
- (e) Realice una tabla con los resultados.
- (f) Repita el ejemplo con matrices de covarianza  $\Sigma_1 = \Sigma_2 = 0,3I$ .