Problem set 5

Clasificadores no lineales
Aprendizaje Automático

1. P1

Rederive el algorithmo backpropagation con la función de activación: $f(x) = c \tanh(bx)$.

2. P2

Use un perceptrón de dos capas con una neurona de salida para aproximar la función $y(x) = 0{,}3 + 0{,}2\cos(2\pi x),\ x \in [0, 1]$.

Además de los vectores de entrenamiento, produzca 50 vectores de test; présentelos a la red entrenada y grafique los resultados.

3. P3

Considere un problema de clasificación de dos clases, bidimensional. Los puntos de la clase $(+1)$ son obtenidos de 3 gaussianas con medias $[-5\ 5]'$, $[5\ \ -5]'$ y $[10\ 0]'$, con igual probabilidad. La clase (-1) proviene de 4 gaussianas equiprobables con medias $[-5\ \ -5]'$, $[0\ 0]'$, $[5\ 5]'$ y $[15\ \ -5]'$.

La matriz de covarianza para cada distribución es $\sigma^2 I$, con $\sigma^2 = 1$.

1. Genere y grafique un conjunto X_1 de entrenamiento. Este conjunto contiene 60 puntos de la clase $+1$ (20 de cada distribución) y 80 puntos de la clase -1 (20 c/d). Use las mismas proporciones para generar el conjunto de test X_2.
2. Usando X_1 entrene una red de dos capas, con 2 neuronas en la entrada y 4 en la capa oculta. Todas las neuronas de las capas mencionadas utilizan la tangente hiperbólica como función de activación, mientras que la neurona de salida usa una función de activación lineal.

Use el algoritmo BP estándar, con 900 iteraciones y un factor de aprendizaje de 0.01.

Calcule los errores de entrenamiento y de test.

Repita el entrenamiento usando un factor de aprendizaje de 0.0001.

Repita el ejemplo ahora con una matriz de covarianza con $\sigma^2 = 4$.

4. P4

Genere un conjunto de entrenamiento como sigue: Seleccione 150 puntos de la región bidimensional $[-5\ 5] \times [-5\ 5]$ de acuerdo con una distribución uniforme (rand=0). Asigne un punto $x = [x(1)\ x(2)]$ a la clase $(+1)$ si:

$$0{,}05(x^3(1) + x^2(1) + x(1) + 1) > x(2)$$

y a la clase (-1) en caso contrario.

Genere un conjunto de prueba con el mismo procedimiento pero con rand $= 100$.

1. Diseñe un clasificador SVM lineal con parámetros $C = 2$ y tol=0.001. Calcule el error de entrenamiento y de test y cuente el número de vectores de soporte.
2. Diseñe un clasificador SVM no lineal usando el kernel RBF con $\sigma = 0{,}1$ y 2, teniendo fijas $C = 2$ y tol=0.001. Calcule el error de entrenamiento y de test. Grafique la función de decisión.
3. Repita el paso anterior con los kernels polinomiales $(x'z + 1)^3$ y $(x'z)^5$.

5. P5

Genere el siguiente conjunto de entrenamiento:

```
% Conjunto X1
l=2; %Dimensionalidad
poi_per_square=30; %Puntos por cuadro
N=9*poi_per_square; %Numero total de puntos
rand('seed',0)
X1=[];
y1=[];
for i=0:2
    for j=0:2
        X1=[X1 rand(l,poi_per_square)+[i j]'*ones(1,poi_per_square)];
           if(mod(i+j,2)==0)
            y1=[y1 ones(1,poi_per_square)];
        else
            y1=[y1 -ones(1,poi_per_square)];
        end
    end
end

% Grafica de X1
figure(1), plot(X1(1,y1==1),X1(2,y1==1),'r.',X1(1,y1==-1),X1(2,y1==-1),'bo')
figure(1), axis equal
```

Y un conjunto de test con el mismo procedimiento pero con rand('seed',100).

Diseñe un clasificador SVM no lineal que tenga un error de entrenamiento de menos del 2 % y un error de test de menos de 4 %.